

$\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型的改进和验证

乔磊¹, 白俊强¹, 华俊^{1,2}, 徐晶磊³, 张扬¹

- (1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072;
2. 中国航空工业集团公司 中国航空研究院, 北京 100012;
3. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型应用在航空外流转捩模拟中存在的湍流区摩擦力系数二次异常跃升问题进行了研究和改进. 研究发现前者的原因是边界层指示函数失效. 通过以涡量与应变率的比值修正指示因子, 改进了边界层范围的估计和转捩临界动量厚度雷诺数的求解, 消除了湍流区摩擦力系数异常跃升现象. 消除摩擦力系数异常跃升现象后, 湍流区摩擦力系数偏小. 为此, Langtry 曾引入黏性底层指示函数进行修正, 但这一修正的作用范围可能溢出边界层, 扰乱间歇因子求解. 为解决这一问题, 构造了基于黏性比、间歇因子和边界层指示函数的限制因子. 通过平板 Aerospatiale A 翼型和雷诺数为 2.1×10^7 的 NACA 64₂A015 有限翼展直机翼算例的验证, 证明上述修正改善了 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型对边界层和黏性底层范围的捕捉, 提高了摩擦力系数分布预测的准确度.

关 键 词: 流动转捩; 边界层; 转捩模型; 间歇因子; 雷诺数; 经验模型

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Improvement and verification of $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ transition model

QIAO Lei¹, BAI Jun-qiang¹, HUA Jun^{1,2},

XU Jing-lei³, ZHANG Yang¹

- (1. School of Aeronautics,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. Chinese Aeronautical Establishment,
Aviation Industry Corporation of China, Beijing 100012, China;
3. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A defect of $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ transition model in outflow transition simulation, i. e., secondary wall friction coefficient up-jump in turbulent zone was investigated and the solution was proposed. The reason of secondary friction coefficient up-jump phenomena was discussed and proved to be the inappropriate solution of transitional momentum thickness Reynolds number that resulted in the failure of boundary layer indicator in the transition model. This problem was addressed by a boundary layer indicator defined by the ratio of shear stress magnitude over vorticity magnitude. When the secondary friction coefficient up-jump was suppressed, friction coefficient value in turbulent zone was lower than expectation. To solve this problem, a viscos sublayer indicator was introduced by Langtry in early time. However, that indicator may be active outside the boundary layer, leading to an incorrect solution of intermittency. To address this problem, a limiter based on viscosity ratio, intermittency and

收稿日期: 2014-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(11002014)

作者简介: 乔磊(1988—), 男, 河南滑县人, 博士生, 主要从事计算流体力学研究.

boundary layer indicator was defined upon the viscos sublayer indicator. Finally, the case was validated by flat plate Aerospatiale A-foil and a Reynolds number of 2.1×10^7 NACA 64₂A015 finite wing. Results show that the modification introduced improves the capture of $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ transition model to boundary layer and viscos sublayer, and friction coefficient distribution is better predicted.

Key words: transition flow; boundary layer; transition model; intermittency; Reynolds number; empirical model

边界层转捩的发生位置和发展过程对飞行器、航空发动机叶片、风力机等机器设备的性能有重要的影响. 工程实践中常用的转捩预测方法有 e^N 为代表的线性稳定性方法^[1], 经验关系法^[2], 低雷诺数湍流模型^[3-4]以及 Menter 和 Langtry 等发展的 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型^[5-9]等. 以稳定性理论为基础的 e^N 方法十分经典且应用广泛, 可以处理 T-S (Tollmien-Schlichting) 波转捩和横流不稳定转捩, 在二维问题中取得了很大的成功. 但是求解稳定性方程需要速度沿壁面法向的 1 阶和 2 阶导数, 这些信息在三维流场的非结构或并行计算中难以得到. 目前一般通过单独求解边界层方程得到这些信息, 但这又会产生在流场求解中提取势流边界的问题^[10]. 经验关系是另外一种常用的转捩预测手段, 经典的 Abu-Ghannam-Shaw 经验关系式^[2]将湍流度 T_u 以及压力梯度同转捩动量厚度联系起来, 达到了较高的转捩预测精度. Suzen 和 Huang^[11]将转捩经验关系与间歇因子转捩模型相结合, 通过间歇因子对湍流模型给出的涡黏系数进行限制, 不仅可以预测转捩位置, 也改善了转捩过程的模拟. 令人遗憾的是, 这一方法仍然没有改善在流场中积分边界层厚度的困难^[11]. 低雷诺数湍流模型是另外一种转捩模拟的思路, 虽然没有并行计算方面的困难, 但 Savill 在 Transpre-turb 报告中指出^[12], 不耦合间歇因子的低雷诺数湍流模型在转捩预测中的表现是不稳定并且非常不可靠的. Menter 和 Langtry 等^[5-9]发展的 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型(文中简称 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型)是由一种基于经验关系, 只依赖流场当地变量的 LCTM (local correlation-based transition modeling) 两方程转捩模型, 耦合于 Menter $k\text{-}\omega$ SST (shear stress transport) 两方程湍流模型. $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型用涡量雷诺数代替动量厚度雷诺数来触发转捩, 避免了积分边界层厚度的困难, 其转捩判据的核心仍为与 Abu-Ghannam-Shaw 类似的经验关系. $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型提出以后在国际和国内引起了广泛关

注. Misaka 等^[13]和 Sørensen^[14]分别补充了前期未公开的经验关系, Medida 和 Baeder^[15]将该模型耦合于 S-A (Spalart-Allmaras) 单方程涡黏模型, Coder 和 Maughmer^[16]发展了该模型的简化单方程形式. Seyfert 和 Krumbein^[17]基于 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 的模式, 发展了可以处理横流不稳定的转捩模型. 孟德虹、张玉伦等^[18-19]开展了模型的标定, 应用以及改进工作. 肖良华等^[20]将 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型应用于高升力构型的数值模拟中.

尽管如此, $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型在高雷诺数流中应用还存在一定的局限和不足. 标定 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型的 T3 系列平板实验雷诺数普遍较低, 其中最高单位长度(m)雷诺数为 1.32×10^6 (T3A-实验). Langtry 给出的验证算例除雷诺数为 9×10^6 的 30P30N 三段翼型和雷诺数为 3×10^7 的 Eurocopter (基于机身长度为 11 m, 而尾翼等部件的有效特征长度应低一个量级)外, 多是雷诺数为数十万的涡轮叶片^[8]. 而在航空器及其动力装置的流场模拟中, 千万量级的雷诺数是十分常见的.

文献[19]和本文结果均表明, 在雷诺数较高的情况下, 如 SK (Schubauer & Klebanof) 平板, $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型存在摩擦力系数异常跃升的现象. Langtry 等发现 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型在雷诺数较高时存在过冲(overshot)现象模拟不足, 在后期版本^[9]中引入了作用于黏性底层的 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 源项修正 (F_{sublayer}), 这一修正恰好同时消除了摩擦力系数异常跃升现象. 而本文研究表明, 摩擦力系数异常跃升现象的根本原因是边界层指示函数 $F_{\theta t}$ 失效, Langtry 的 F_{sublayer} 修正并未根本性地解决这一问题. 并且, F_{sublayer} 在低雷诺数条件下的作用范围会溢出边界层, 而不是像预期的那样作用在黏性底层附近. 本文针对这些问题进行了研究和分析, 给出了 $F_{\theta t}$ 和 F_{sublayer} 的改进方法, 并进行了算例验证.

1 数值模型和计算方法

1.1 数值计算方法

计算采用格心格式有限体积法求解可压缩全

N-S(Navier-Stokes)方程,无黏通量通过 Roe 的 FDS(flux difference splitting)格式求解,黏性通量采用中心差分格式进行离散,时间推进采用近似因子分解(AF)法.使用多重网格和网格序列技术加速求解的收敛.程序通过基于 MPI(message passing interface)的分布式并行策略提高计算速度.

1.2 湍流模型与转捩模型介绍

本文在计算中使用的湍流模型为 Menter $k-\omega$ SST 两方程湍流模型^[21].虽然主流控制方程采用可压缩全 N-S 方程,但本文研究不涉及超声速算例,且湍流模型主要在边界层附近起作用,所以本文湍流模型和转捩模型均采用不可压缩形式.

本节着重就本文改进工作涉及的部分对 $\gamma-\overline{Re}_{\theta t}$ 模型进行简要介绍. $\gamma-\overline{Re}_{\theta t}$ 模型给出有效间歇因子 γ_{eff} ,叠加到湍流模型湍动能方程的生成项和耗散项,以此控制湍动能的生成和耗散,达到模拟转捩现象的目的.其中 $\gamma_{\text{eff}} = \max(\gamma, \gamma_{\text{sep}})$, γ_{sep} 是针对分离泡转捩进行的修正,不是本文的研究对象. γ 由输运方程求得,称为 γ 方程,其形式为

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + u_i \frac{\partial \gamma}{\partial x_i} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_i} \right] \quad (1)$$

其中源项的定义为

$$P_\gamma = c_{a1} SF_{\text{length}} (F_{\text{onset}} \gamma)^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \\ E_\gamma = c_{a2} \Omega F_{\text{turb}} \gamma (c_{e2} \gamma - 1) \quad (2)$$

F_{length} 是控制源项大小的关键参数之一,是 $\overline{Re}_{\theta t}$ 的经验函数.经验函数的具体形式有不同的版本,本文采用 Langtry 在 2009 年给出的经验关系^[9],其具体形式较为复杂,此处不再详述.定性地说, $\overline{Re}_{\theta t} < 1200$ 时, F_{length} 是 $\overline{Re}_{\theta t}$ 的单调减函数, $\overline{Re}_{\theta t} \geq 1200$ 时, F_{length} 为常量. $\overline{Re}_{\theta t}$ 由另外一个输运方程求得,即 $\gamma-\overline{Re}_{\theta t}$ 方程,其形式为

$$\frac{\partial \overline{Re}_{\theta t}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \overline{Re}_{\theta t}}{\partial x_i} = \\ P_{\theta t} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{Re}_{\theta t}}{\partial x_i} \right] \quad (3)$$

其中源项的定义为

$$P_{\theta t} = \frac{c_{\theta t}}{t_s} (Re_{\theta t} - \overline{Re}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}) \\ t_s = \frac{500 \mu}{\rho U^2} \quad (4)$$

其中 t_s 是出于量纲协调目的而存在的参数,重点关注源项中的 $(Re_{\theta t} - \overline{Re}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t})$ 部分. $F_{\theta t}$ 在

0~1 之间变化,控制着 $\overline{Re}_{\theta t}$ 方程在两种模式之间进行切换.如果 $F_{\theta t}$ 趋于 1,则源项将被关闭,方程的行为由对流和扩散项主导.如果 $F_{\theta t}$ 趋于 0,方程行为将受源项控制,只有当 $\overline{Re}_{\theta t}$ 的值接近当地 $Re_{\theta t}$ 的值时才能维持平衡. $Re_{\theta t}$ 是当地压力梯度和湍流度的经验函数^[9],其特征是顺压梯度和较低的湍流度会给出较大的 $Re_{\theta t}$,反之亦然.

$F_{\theta t}$ 是一个混合函数,作用是指示边界层的范围,其定义为^[9]

$$F_{\theta t} = \min \left\{ \max \left[F_{\text{wake}} \cdot e^{-\left(\frac{y}{\delta} \right)^4}, \right. \right. \\ \left. \left. 1.0 - \left[\frac{c_{e2} \gamma - 1}{c_{e2} - 1} \right]^2 \right], 1.0 \right\} \quad (5)$$

其中 y/δ 是主要的边界层范围探测机制,其余皆为开关函数和限制因子,不在本文讨论范围之内. y 为流场某点到最近壁面的距离, δ 为当地边界层厚度的估计^[9]

$$\delta = \frac{15}{2} \cdot \frac{\mu}{\rho U} \cdot \frac{50 \Omega y}{U} \cdot \overline{Re}_{\theta t} \quad (6)$$

可见,边界层厚度的估计是与涡量 Ω 和 $\overline{Re}_{\theta t}$ 成正相关的.

2 转捩模型的修正

2.1 摩擦力系数异常跃升现象及其分析

图 1 是原始转捩模型计算得到的 SK 平板摩擦力系数及部分关键中间变量分布.从图 1(a)显示的摩擦力系数分布可以看出,计算得到的主要转捩位置是符合实验结果的,但在 $x=1.4 \text{ m}$ 处出现了摩擦力系数的二次异常跃升.

图 1(b)、图 1(c)和图 1(d)分别是 γ , $\overline{Re}_{\theta t}$ 和 $F_{\theta t}$ 在物面附近的分布云图.图中用一根竖线标示了各图在 $x=1.4 \text{ m}$ 站位处的对应关系.对照图 1 自上而下逐步分析摩擦力系数异常跃升的原因.首先分析摩擦力系数跃升的直接原因.图 1(b)显示,在 $x=1.4 \text{ m}$ 处 $\gamma=1$ 的区域进一步向物面扩展,这样,在较大 γ 的作用下,湍流模型中的湍动能生成项增加,导致较大的湍动能与涡黏系数,进而产生更大的壁面摩擦力系数.

继续分析间歇因子 γ 第 2 次增长的原因.由 1.2 节的叙述可知, γ 的生成项受 F_{length} 控制,且在 $\overline{Re}_{\theta t} < 1200$ 时, F_{length} 是 $\overline{Re}_{\theta t}$ 的单调减函数^[9].因此,可以推断 γ 的增长应该伴随着 $\overline{Re}_{\theta t}$ 的降低.图 1(c)支持这一推断, $\overline{Re}_{\theta t}$ 在 $x=1.4 \text{ m}$ 之后明显地降低了.值得注意的是,在 $x=1.4 \text{ m}$ 之前,边界层内 $\overline{Re}_{\theta t}$ 的等值线表现出了明显的扩散效应的特

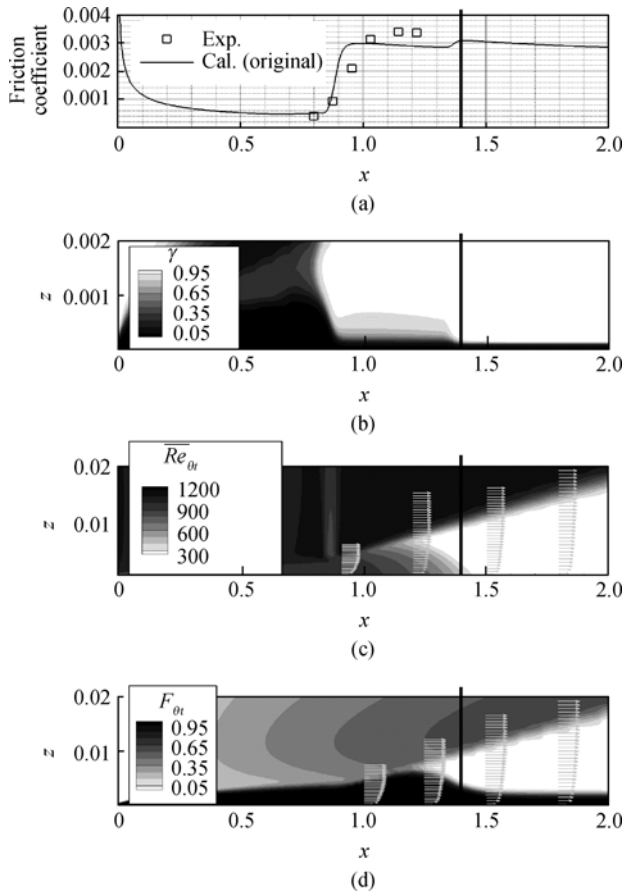


图 1 原始转捩模型计算得到的 SK 平板摩擦系数及部分关键中间变量分布

Fig. 1 Friction coefficient and key intermediate variable distribution calculated by original transition model in SK flat plate

征. 而在 $x = 1.4 \text{ m}$ 之后, $\overline{Re}_{\theta t}$ 的值比边界层外严重偏低, 这显然不是扩散作用主导的结果. 可见此时 $Re_{\theta t}$ 方程并没有按预设的模式工作. 从前文的分析容易想到, 这一问题必然与决定 $\overline{Re}_{\theta t}$ 方程是对流扩散主导还是源项主导的参数 $F_{\theta t}$ 有关.

进一步分析图 1(d), 可以发现在 $x = 1.4 \text{ m}$ 处, $F_{\theta t}$ 趋于 1 的区域向物面收缩, 不能正确地覆盖边界层的范围. 这样, 在边界层内部就会存在 $F_{\theta t}$ 趋于零的区域, 在此区域内 $\overline{Re}_{\theta t}$ 方程由源项主导, $\overline{Re}_{\theta t}$ 的值将跟随 $Re_{\theta t}$. 而转捩后边界层中湍流活动旺盛, 湍流度较高, $Re_{\theta t}$ 则必然较低, 因此 $\overline{Re}_{\theta t}$ 也将随之非正常地降低, 进而引发一系列连锁反应. 至此, 可以认为摩擦力系数二次跃升的原因是 $F_{\theta t}$ 不能正确地指示边界层的范围.

接下来分析 $F_{\theta t}$ 失效的原因, 并寻求解决方法. 根据前文对 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型中经验关系和 $F_{\theta t}$ 的叙述, 可以得到图 2 所示的变量影响关系: 以转捩后的无压力梯度平板为例, 随着流动的发展, 边界层

厚度会逐渐增加, 边界层内法向速度分布会愈加均匀, 边界层内的 Ω 值会沿流向逐步降低. 同时, 随着流动中湍流度的积累, $Re_{\theta t}$ 会逐步降低. 那么, 根据输运方程的定义, 若 $\overline{Re}_{\theta t}$ 跟随较低的 $Re_{\theta t}$ 将导致 $F_{\theta t}$ 降低, 较低的 $F_{\theta t}$ 进一步使 $\overline{Re}_{\theta t}$ 跟随 $Re_{\theta t}$, 这样就会形成一个闭环反馈, 使 $F_{\theta t} = 1$ 的区域不能覆盖边界层成为一种稳态.

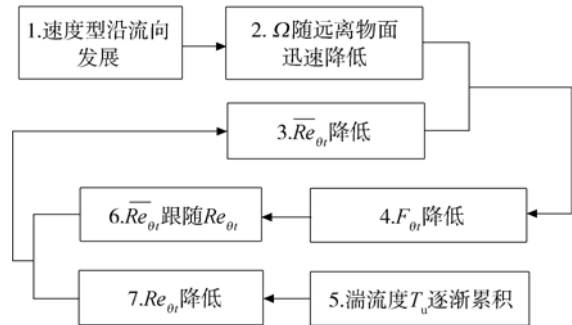


图 2 $F_{\theta t}$ 与流场参数的相互影响趋势

Fig. 2 Interaction trend of $F_{\theta t}$ and flow field parameters

在图 2 的一个循环外加两个外部条件中, 1~2 和 5~7 是符合流动物理实际的, $\overline{Re}_{\theta t}$ 在边界层外(即 $F_{\theta t}$ 趋于 0 时)跟随 $Re_{\theta t}$ 的值, 是符合转捩模型的设计初衷的, 这些关系都是合理的. 因此, 解决 $F_{\theta t}$ 偏离边界层的问题, 在于改进 $F_{\theta t}$ 中边界层厚度的估计方式, 解除 $F_{\theta t}$ 对 $\overline{Re}_{\theta t}$ 的依赖.

2.2 $F_{\theta t}$ 的改进

文献[22]指出, 应变率 S 和涡量 Ω 的比值 $\eta = S/\Omega$ 可以作为边界层范围的经验性指示因子, 该指示因子在亚声速平板, 翼型, 圆柱及超声速钝头体等非凹曲面的绕流模拟中均表现良好. 在此基础上, 本文附加黏性比条件, 对 η 进行限制, 以排除复杂构型中空间流动结构的干扰. 另外, 本文采取稍微保守的边界层范围估计, 将 η 阈值设为 1.02. 综上, 本文定义边界层指示因子 F_{bl} 为

$$F_{bl} = \begin{cases} 1.0 & \eta < 1.02 \text{ 且 } R_t > 1.2 R_{t\infty} \\ e^{-(\frac{\eta}{1.02})^4} & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

其中 R_t 为黏性比, $R_{t\infty}$ 为无穷远来流的黏性比. 新的源项控制因子定义为

$$F_{\theta t}^{\text{new}} = \min \left\{ \max \left[F_{\text{wake}} \cdot F_{bl}, 1.0 - \left(\frac{c_{e2} \gamma - 1}{c_{e2} - 1} \right)^2 \right], 1.0 \right\} \quad (8)$$

2.3 改善过冲现象的模拟

Langtry 等认为, $\gamma\text{-Re}_{\theta l}$ 模型对摩擦力系数过冲现象(over shoot)模拟不足的原因在于黏性底层 F_{length} 过低, 为解决这一问题, 引入了 F_{sublayer} 对 F_{length} 进行调节^[9]

$$F_{\text{sublayer}} = e^{-\left(\frac{R_w}{0.4}\right)^2} \quad (9)$$

$$R_w = \frac{\rho y^2 \omega}{500\mu}$$

$$F'_{\text{length}} = F_{\text{length}}(1 - F_{\text{sublayer}}) + 40F_{\text{sublayer}} \quad (10)$$

这一做法可以有效地提高 γ 方程的源项, 改善 $\gamma\text{-Re}_{\theta l}$ 模型对过冲现象的模拟, 特别是在高雷诺数情况下. 但是如此定义的 F_{sublayer} 在一定条件下会在黏性底层外的区域打开. 原因是在物面距离并不足够大的时候, y^2 的增长速度不会很快, 而耗散率 ω 却会迅速衰减, 使 F_{sublayer} 在黏性底层外维持一个较大的值, 而不是趋于 0. 另外, 在全流场通过 F_{sublayer} 来抬升 F_{length} 是没有必要的, 也是不合理的, 过度增加 γ 方程的源项会造成转捩提前或者使转捩发展过快^[19].

为避免 F_{sublayer} 的这些副作用, 需要设法将 $F_{\text{sublayer}}=1$ 区域限制在湍流区的近壁区域. 根据全湍区, 近壁区这两个条件, 构造如下限制因子 F_r

$$F_r = \tanh(3.0e^{-[0.1T_u \cdot (1-\gamma) \cdot F_{\theta l}^{\text{new}}]^4}) \quad (11)$$

其中 $0.1T_u \cdot F_{\theta l}^{\text{new}}$ 用于将 $F_r=0$ 的区域限制在转捩后的边界层内, $(1-\gamma)$ 进一步将 $F_r=0$ 的区域限制到近壁区域. 式中的双曲正切, 指数函数以及 4 次函数使 F_r 可以在趋于 0 和趋于 1 的区域之间快速切换. 基于 F_r 的新 F_{sublayer} 定义如下:

$$F_{\text{sublayer}}^{\text{new}} = F_{\text{sublayer}} \cdot (1 - F_r) \quad (12)$$

3 算例与讨论

3.1 SK 平板

平板边界层是转捩流动数值模拟研究的经典问题. 本节选取单位尺度雷诺数较大, 湍流度较低的 SK 平板转捩实验, 验证前文所述两项修正的效果.

计算网格及边界条件类型的设置如图 3 所示, 进口采用速度入口边界条件, 平板采用无滑移边界条件, 出口采用压力出口边界条件, 其他边界设置为对称面边界条件. 平板没有厚度, 长度为 2.0 m, 速度入口边界位于平板前缘, 用一段长度为 0.015 m 的对称边界和平板相连, 压力出口边界直接和平板相连, 计算时出口压力与入口相同.

物面上布置了 373 个网格节点, 平板法向第 1 层网格高度为 5×10^{-5} m, 法向增长率 1.1, 保证计算时有 $y^+ \leq 1.0$. 参考文献[9]给定流条件如下: 入口速度为 50.1 m/s, 单位长度雷诺数为 $3.34 \times 10^6/\text{m}$, 来流湍流度为 0.3%, 黏性比为 1.0.

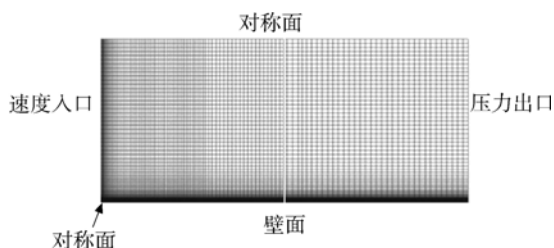


图3 平板计算网格示意与边界条件设置

Fig. 3 Calculation mesh layout and boundary condition settings for flat plate

图 4 是 SK 平板算例中 $F_{\theta l}$ 与 $F_{\theta l}^{\text{new}}$ 对边界层覆盖能力的对比, 图中对壁面法向即 z 方向进行了放大. 从物面附近速度型的分布可以看出, $F_{\theta l}^{\text{new}}$ 趋近于 1 的区域很好地覆盖了边界层所在的流场, 而 $F_{\theta l}$ 趋近于 1 的区域则在转捩后发生了向物面的收缩, 与边界层厚度发展的趋势相反.

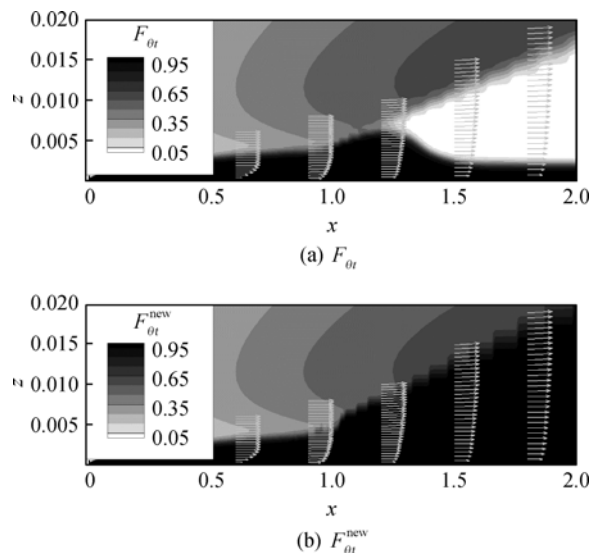


图4 SK 平板中 $F_{\theta l}$ 与 $F_{\theta l}^{\text{new}}$ 对边界层覆盖能力的对比

Fig. 4 Comparison between $F_{\theta l}$ and $F_{\theta l}^{\text{new}}$ in coverage of boundary layer regime in SK flat plate

图 5 是 SK 平板中 F_r 的分布云图. F_r 只在湍流边界层近壁区趋于 0. 在此区域内, F_{sublayer} 才开始起作用, 而 $\gamma_{d,\min}$ (作用于湍流模型破坏项时间歇因子的下限值, 一般取 0.1) 对湍流模型源项的限制被解除.

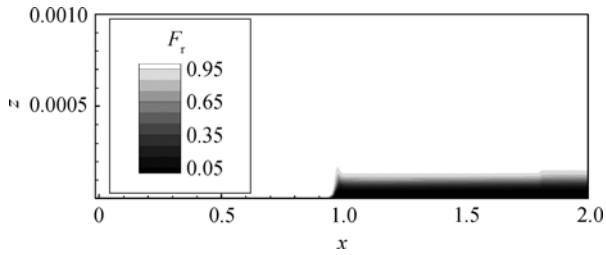
图 5 SK 平板中 F_τ 的分布云图Fig. 5 F_τ contour in SK flat plate

图 6 显示了本文各项参数的修改对 SK 平板摩擦系数的影响. 其中 Exp. 表示实验值, Original 表示应用不带 F_{sublayer} 修正的原始转捩模型计算得到的壁面摩擦系数分布, 存在转捩点摩擦系数峰值偏低和发生摩擦系数异常跃升 ($Re_x = 4.5 \times 10^6$ 处) 的问题. F_{sublayer} 对应的曲线是应用 Langtry 给出的 F_{sublayer} 修正^[9] 得到的计算结果, 摩擦系数的峰值有较大的改善并且消除了摩擦系数异常跃升现象, 这是通过在近壁区把 F_{length} 提高到其最大值, 进而提高 γ 的源项实现的. 这种做法一则可以实现较高的摩擦系数, 二则可以消除发生摩擦系数第 2 次跃升的机会, 但是会带来引起转捩提前和转捩发展过快的问题, 并且只是掩盖而未解决 $F_{\theta t}$ 不能覆盖边界层的问题. 本文基于 Original 模型, 通过另外的思路来解决这一问题. 从图 6 中可见, $F_{\theta t}^{\text{new}}$ 解决了摩擦系数异常跃升的问题, 对平板其他部分的摩擦系数分布并没有造成影响. 考虑图 4 显示的 $F_{\theta t}$ 分布的变化, 这一结果是合理的. 叠加改进后的 $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ 之后, 模型计算得到的摩擦系数分布峰值有较大的提升, 并且转捩发展过程更接近实验.

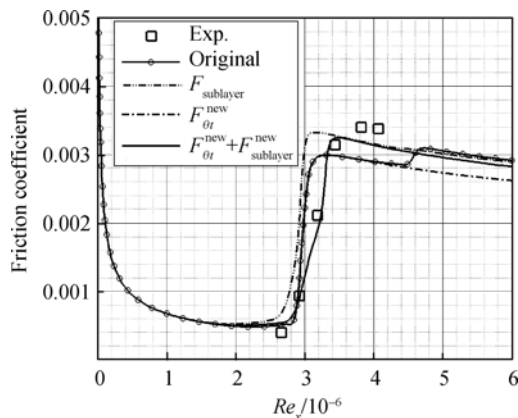


图 6 本文各项参数的修改对 SK 平板摩擦系数计算的影响

Fig. 6 Effect of parameter modification on SK flat plate friction coefficient

3.2 T3A 平板

T3A 平板实验是 ERCOFTAC (European Research Community on flow, turbulence and combustion)^[23] 平板边界层转捩 T3 系列实验之一, 是一个无压力梯度实验. T3A 平板实验入口速度为 5.4 m/s, 实验单位长度雷诺数为 $3.6 \times 10^5/\text{m}$, 来流湍流度为 3.3%, 来流黏性比设置为 13.8. 本文选取 T3A 平板实验作为 SK 平板实验的一个补充算例, 验证模型的各项修正在较高湍流度, 较低雷诺数情况下的表现, 因此对其计算细节和机理不做过度讨论. T3A 平板实验的计算网格和边界类型的设置与 SK 平板相同, 如图 3 所示. 图 7 是本文和原始模型计算得到的 T3A 平板摩擦系数分布对比. 从图中可以看出, 在非目标状态下 (雷诺数较低), 修正后的转捩模型基本保持与原始模型相当的表现, 说明本文的修正工作是稳健可靠的.

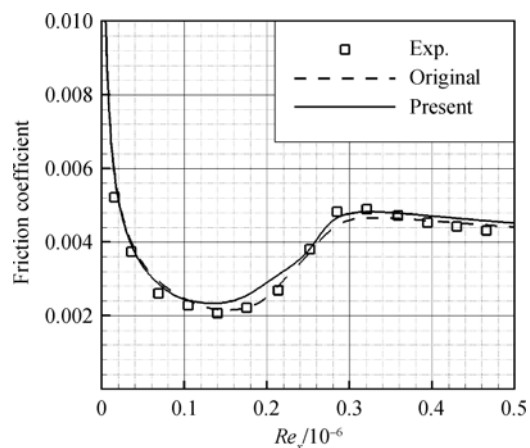


图 7 原始和本文模型计算得到的 T3A 平板摩擦系数分布对比

Fig. 7 Comparison of friction coefficient distribution calculated by original and present model in T3A flat plate

3.3 Aerospatiale A 翼型

Aerospatiale A 翼型由法国宇航 (Aerospatiale) 设计, 并于 1987 年在法国国家航天航空研究中心 (ONERA) F1 $1.5\text{ m} \times 3.5\text{ m}$ 风洞以及 2003 年在 ONERA F2 $1.4\text{ m} \times 1.8\text{ m}$ 风洞进行了实验^[24]. 普遍认为^[24] F1 风洞的实验结果在升阻力系数、压力系数及摩擦系数分布方面更为可靠, 因此本文选取 F1 风洞的实验结果作为参考. 实验模型的吸力面为自由转捩, 0.12 倍弦长 (C) 处存在层流分离泡, 后缘存在物面分离. 压力面的

0.3 倍弦长处放置了转捩带. 实验给出的翼型升力系数为 1.562, 阻力系数为 0.0208. 修正后的风洞试验条件为迎角 $\alpha = 13.3^\circ$, 马赫数 $Ma = 0.15$, 雷诺数 $Re = 2.1 \times 10^6$. 计算所用的网格为约 24 万网格单元, 翼型周向布置了 1280 个网格单元, 物面第 1 层网格厚度为 10^{-6} 弦长, 法向增长率为 1.1, 物面 y^+ 为 0.2.

图 8 为 Aerospatiale A 翼型壁面压力系数的对比. 本文计算的压力系数分布与实验符合较好, 0.12 倍弦长处的分离泡典型压力系数分布形态清晰可见. F_{sublayer} 的引入和改进 ($F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$), 以及 $F_{\text{dt}}^{\text{new}} + F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ (Present, 下同) 没有对压力系数分布的计算造成可见的影响. 图 9 为 Aerospatiale A 翼型壁面摩擦力系数分布的对比. 摩擦力系数分布的整体形态没有大的变化, 这是符合预期的. Aerospatiale A 翼型上壁面 0.12 倍弦长以及后缘处的摩擦力系数为负值, 说明这两个位置存在分离, 与实验符合. F_{sublayer} 的引入的引入在本算例中产生了负作用, 使摩擦力系数峰值降低, 偏离实验值. 改进后的 $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ 给出的摩擦力系数峰值有所提升, 综合改进后的转捩模型 (Present) 计算得到摩擦力系数分布与实验符合最好. 其中转捩位置稍微靠前是 $\gamma\text{-Re}_{\text{dt}}$ 模型的历史问题^[8], 本文并不期望对这一点进行改善.

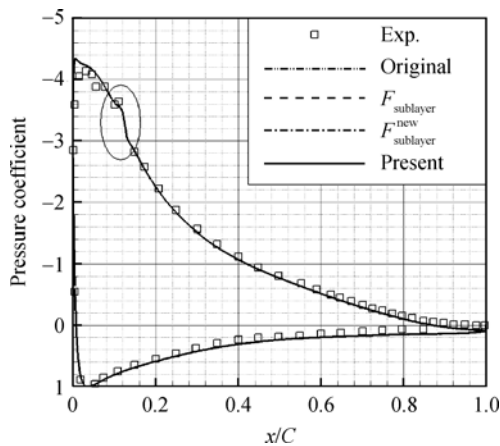


图 8 转捩模型参数对 Aerospatiale A 翼型壁面压力系数的影响

Fig. 8 Effect of parameters of transition model on wall pressure coefficient of Aerospatiale A airfoil profile

由于实验中翼型下表面布置了转捩带, 而计算中并未考虑, 因此升阻力系数的对比只能作为参考. 由于压力系数分布的一致性, 原始和各修正模型计算得到的升力系数均为 1.59, 基本与实验

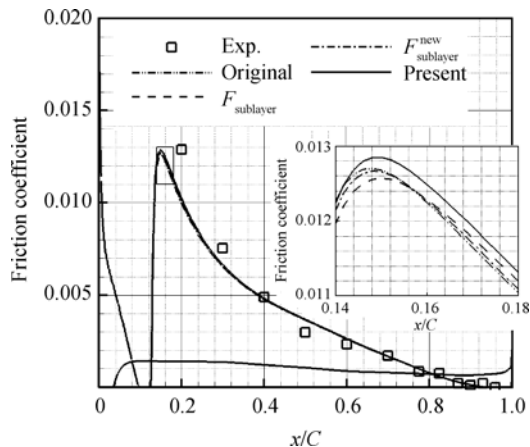


图 9 转捩模型参数对翼型壁面摩擦力系数的影响
Fig. 9 Effect of parameter of transition model on wall friction coefficient of Aerospatiale A airfoil profile

相符. 由于本节算例迎角 α 较大 ($\alpha = 13.3^\circ$), 摩擦力系数的差异在阻力系数上的反映并不明显, 除 Present 给出的阻力系数为 0.0213 外, 其余模型给出的阻力系数均为 0.0211. 升阻力系数的计算结果在合理范围之内. 计算摩擦力系数相对偏低, 而阻力系数却比试验均偏大, 应为翼型下表面压力计算偏高所致.

从宏观结果看来, 本文对转捩模型的改进似乎没有明显效果, 但间歇因子分布的对比可以说明对 F_{sublayer} 的修正非常必要. 图 10 是 Aerospatiale A 翼型附近的 F_{sublayer} 分布云图及其局部放大. F_{sublayer} 本应只在黏性底层, 即非常靠近壁面的的一个薄层区域起作用, 在本算例中其作用范围大大突出这一区域. 在异常的 F_{sublayer} 作用下, 间歇因子 γ 的求解出现了严重的非物理现象, 翼型头

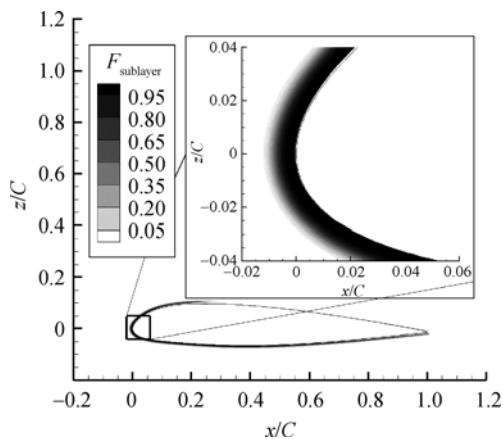


图 10 F_{sublayer} 趋于 1 的区域溢出边界层
Fig. 10 Region of F_{sublayer} near to 1 overflowed boundary layer

部悬浮有不规则的层流区,如图 11 所示.改进后的 $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ 被限制为只在转捩后的近壁区起作用,其效果如图 12 所示.翼型头部区域 $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ 维持在接近 0 的水平,而转捩后的物面附近有一薄层区域 $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ 趋近于 1.改进后间歇因子的求解表现正常,空间流场的 γ 为 1,解除对湍流模型的限制;物面附近的 γ 降低趋于 0,实现对层流边界的模拟,如图 13 所示.

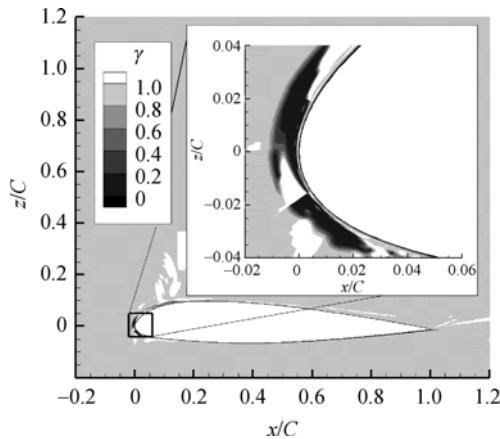


图 11 由异常 F_{sublayer} 导致的异常间歇因子分布
Fig. 11 Abnormal intermittency distribution induced by abnormal F_{sublayer}

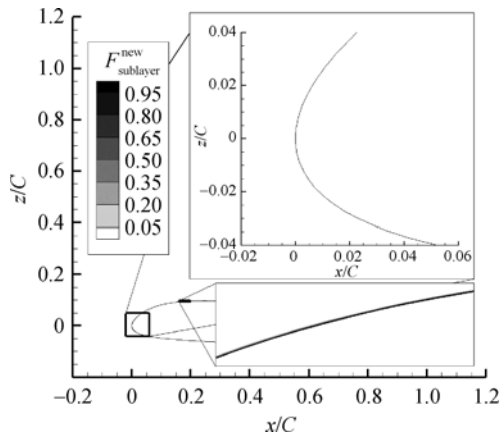


图 12 改进后的 $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ 分布
Fig. 12 Distribution of improved $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$

3.4 NACA64₂A015 有限翼展直机翼

本文研究的 NACA 64₂A015 有限翼展直机翼实验是在 NASA Ames 研究中心的 12 英尺 (3.6576 m) 低湍增压风洞中进行的^[25].实验模型为半模,固定在风洞地板的转盘上,如图 14 所示.模型的 45% 和 80% 半展长处沿流向开有两排测压孔,在两排测压孔中间呈梯形布置有 6 个热线

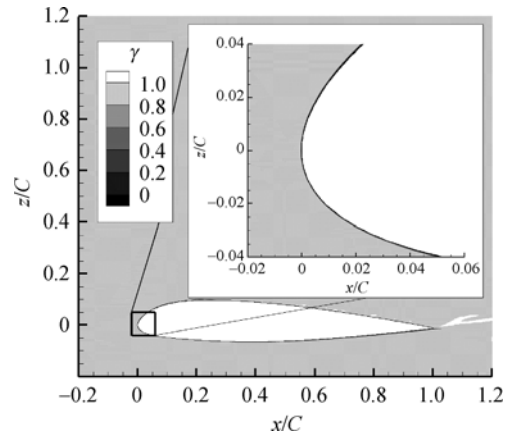


图 13 改进后的 $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$ 计算得到的间歇因子分布
Fig. 13 Intermittency distribution calculated with improved $F_{\text{sublayer}}^{\text{new}}$

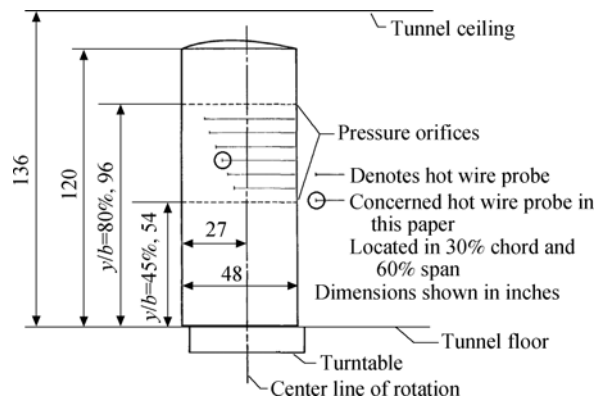


图 14 NACA 64₂A015 有限翼展直机翼风洞实验模型^[25]

Fig. 14 Experimental model of NACA 64₂A015 finite wing^[25]

风速仪,用来测量边界层转捩.实验没有进行升阻力系数的测量,也没有进行壁面摩擦系数分布的测量.实验进行的方式为给定迎角和来流压力,调节马赫数进而改变雷诺数,使转捩位置移动到某个热线风速仪处.本文选取的实验状态迎角为 1° ,对应的转捩位置在沿流向的第 4 个热线风速仪处,该风速仪的位置为 60% 半展长,0.3 倍弦长.对应马赫数 $Ma=0.175$,对应的转捩位置雷诺数 $Re_{t,x}=6.3 \times 10^6$,基于弦长的雷诺数 $Re_c=21.0 \times 10^6$.在此条件下,综合考虑风洞噪声与速度脉动的来流湍流度不高于 0.015%.计算模型和来流条件按照风洞试验给出,由于实验数据已经经过修正,故计算按自由远场进行,未考虑风洞壁的影响.计算网格约 360 万个网格单元,其中沿机翼周向分布 272 个网格单元,展向分布 94 个网格单元.物面法向第 1 层网格为 10^{-6} 弦长,法向增长率为 1.2,计算完成后检验物面 y^+ 不大于 1.

图 15 是 $\alpha=1^\circ$ 时计算得到的压力系数分布与实验值的对比. 本文对转捩模型的修改对压力系数分布的计算没有造成可见的影响. 压力分布的计算结果符合良好. 图 16 是原始与改进转捩模型给出的壁面摩擦力系数对比, 计算给出的转捩位置与实验值 0.3 倍弦长符合非常好. 原始与改进转捩模型的差异在于摩擦力系数峰值和转捩之后摩擦力系数的发展趋势. 本文改进的转捩模型提高了摩擦力系数峰值, 消除了摩擦力系数曲线中的双峰现象, 情形与 SK 实验类似.

图 17 给出了原始与本文改进转捩模型的边界层指示函数分布对比. 图 17(a)和图 17(b)是图

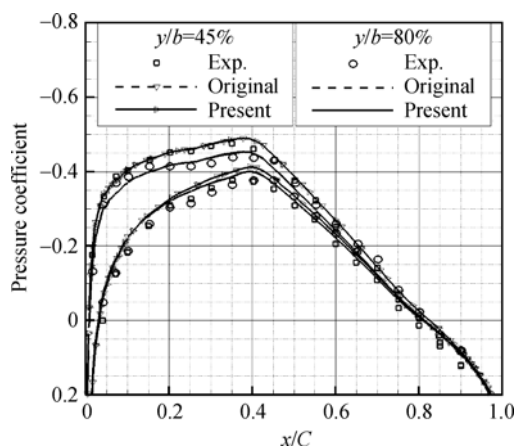


图 15 计算与实验压力系数分布的对比 ($\alpha=1^\circ$)

Fig. 15 Comparison between calculated and experimental pressure coefficient distribution ($\alpha=1^\circ$)

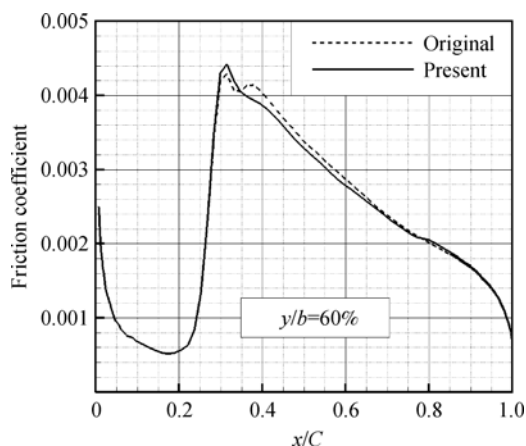


图 16 原始与本文改进转捩模型给出的壁面摩擦力系数对比

Fig. 16 Comparison of wall friction coefficient distribution calculated by original and present improved transition model

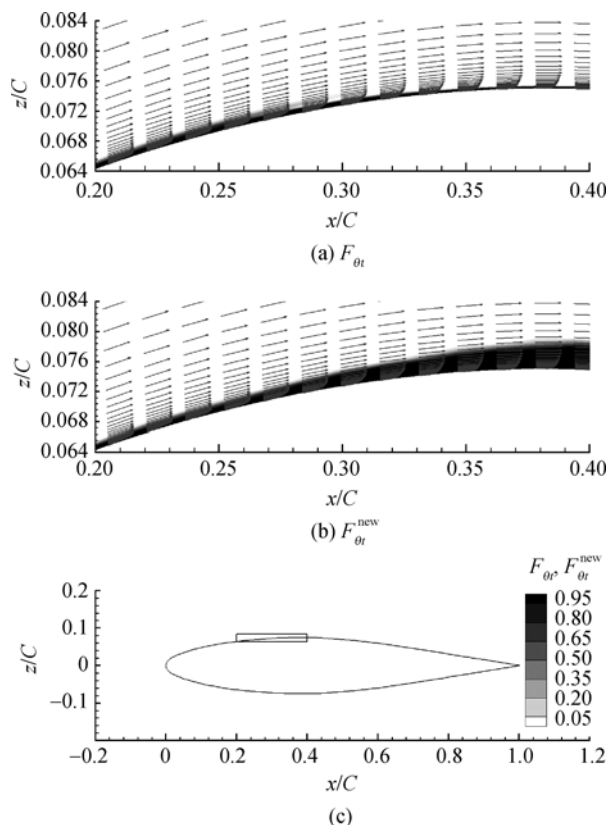


图 17 原始与本文改进转捩模型的边界层指示函数分布对比

Fig. 17 Comparison of boundary layer indicator function calculated by original and present improved transition model

17(c)中方框部分的局部放大. 可见, 在转捩位置之后, $F_{\theta_t}^{\text{new}}$ 仍然可以很好地指示边界层的边缘, 而 F_{θ_t} 则发生了向物面的收缩. 这一点与 SK 平板实验的情形相似, 说明 $F_{\theta_t}^{\text{new}}$ 提高了转捩模型在高雷诺数条件下的可靠性, 从侧面验证了摩擦力系数分布曲线差异的合理性.

4 结 论

本文研究结论如下:

1) 引入应变率和涡量的比值 $\eta = S/\Omega$ 对 $\gamma - \overline{Re_{\theta_t}}$ 模型中 $\gamma - \overline{Re_{\theta_t}}$ 方程源项中边界层指示函数 F_{θ_t} 进行了修正, 解决了原始模型中的 F_{θ_t} 在高雷诺数情况下不能有效覆盖边界层的问题, 改善了全湍区摩擦力系数出现二次异常跃升现象的问题.

2) 基于间歇因子 γ , 当地湍流度 T_u 以及边界层指示函数 $F_{\theta_t}^{\text{new}}$ 构造了可以标记湍流边界层近壁区域的限制因子 F_r . 利用 F_r 对 Langtry 提出的 F_{sublayer} 进行限制, 解决了 F_{sublayer} 在较低雷诺数情况下可能在边界层外起作用从而引起间歇因子求解紊乱的问题, 改善了全局 F_{sublayer} 引起转捩发

展过快或转捩提前和不足。

3) 摩擦力系数异常跃升的问题在较高雷诺数情况下表现明显,而本文对 F_{sublayer} 的改进主要针对较低雷诺数情况。算例测试表明,本文提出的转捩模型综合改进措施在非目标状态下表现良好,显示了较强的通用性和鲁棒性。NACA 64₂A015 有限翼展直机翼算例验证了 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型在较高雷诺数条件下也是可用的,为 $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 模型在航空工程实践中的应用提供了参考。

参考文献:

- [1] Smith A M O, Gamberoni N. Transition, pressure gradient and stability theory[M]. Long Beach, CA: Douglas Aircraft Company, 1956.
- [2] Abu-Ghannam B J, Shaw R. Natural transition of boundary layers: the effects of turbulence, pressure gradient, and flow history[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1980, 22(5): 213-228.
- [3] Wilcox D C. Simulation of transition with a two-equation turbulence model[J]. AIAA Journal, 1994, 32(2): 247-255.
- [4] Wilcox D C. Turbulence modeling for CFD[M]. La Canada, CA: DCW Industries, 1993.
- [5] Menter F R, Esch T, Kubacki S. Transition modelling based on local variables[R]. Mallorca, Spain: The 5th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements, 2002.
- [6] Menter F R, Langtry R B, Likki S R, et al. A correlation-based transition model using local variables: Part I model formulation[J]. Journal of Turbomachinery, 2006, 128(3): 413-422.
- [7] Langtry R B, Menter F R, Likki S R, et al. A correlation-based transition model using local variables: Part II test cases and industrial applications[J]. Journal of Turbomachinery, 2006, 128(3): 423-434.
- [8] Langtry R B. A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes[D]. Stuttgart: Universität Stuttgart, 2006.
- [9] Langtry R B, Menter F R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes[J]. AIAA Journal, 2009, 47(12): 2894-2906.
- [10] FU Song, WANG Liang. RANS modeling of high-speed aerodynamic flow transition with consideration of stability theory[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2013, 58: 36-59.
- [11] Suzen Y B, Huang P G. Modeling of flow transition using an intermittency transport equation[J]. Journal of Fluids Engineering, 2000, 122(2): 273-284.
- [12] Savill A M. One-point closures applied to transition[M]. Hallbäck M, Henningson D S, Johansson A V, et al, translate. Berlin: Springer, 1996.
- [13] Misaka T, Obayashi S. Application of local correlation-based transition model to flows around wings[R]. AIAA-2006-918, 2006.
- [14] Sørensen N N. CFD modelling of laminar-turbulent transition for airfoils and rotors using the $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ model[J]. Wind Energy, 2009, 12(8): 715-733.
- [15] Medida S, Baeder J D. Application of the correlation-based gamma-theta transition model to the Spalart-Allmaras turbulence model[R]. AIAA-2011-3979, 2011.
- [16] Coder J G, Maughmer M D. One-equation transition closure for eddy-viscosity turbulence models in CFD[R]. AIAA-2012-0672, 2012.
- [17] Seyfert C, Krumbein A. Correlation-based transition transport modeling for three-dimensional aerodynamic configurations[R]. AIAA-2012-0448, 2012.
- [18] 孟德虹, 张玉伦, 王光学, 等. $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型在二维低速问题中的应用[J]. 航空学报, 2011, 32(5): 792-801.
MENG Dehong, ZHANG Yulun, WANG Guangxue, et al. Application of $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ transition model to two-dimensional low speed flows[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(5): 792-801. (in Chinese)
- [19] 张玉伦, 王光学, 孟德虹, 等. $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ 转捩模型的标定研究[J]. 空气动力学学报, 2011, 29(3): 295-301.
ZHANG Yulun, WANG Guangxue, MENG Dehong, et al. Calibration of $\gamma\text{-}\overline{Re}_{\theta t}$ transition model[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(3): 295-301. (in Chinese)
- [20] 肖良华, 肖志祥, 王丽莎, 等. 高升力多段机翼的转捩预测研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42(3): 271-281.
XIAO Lianghua, XIAO Zhixiang, WANG Lisha, et al. Transition prediction of high-lift wing[J]. Science China: Physics, Mechanics & Astronomy, 2012, 42(3): 271-281. (in Chinese)
- [21] Menter F R. Improved two-equation $k\text{-}\omega$ turbulence models for aerodynamic flows[R]. NASA-TM-103975, 1992.
- [22] Gao R Z, Xu J L, Yan C. A new dynamic LES/RANS hybrid method[R]. AIAA-2012-5892, 2012.
- [23] Savill A. Some recent progress in the turbulence modelling of by-pass transition[M]. New York: Elsevier, 1993.
- [24] Haase W. The Aerospaiale A-airfoil[M]. Berlin: Springer, 2006.
- [25] Boltz F W, Kenyon G C, Allen C Q. The boundary-layer transition characteristics of two bodies of revolution, a flat plate, and an unswept wing in a low-turbulence wind tunnel[R]. NASA TN D-309, 1960.

(编辑: 王碧琚)